



DESENVOLVIMENTO DE UMA METODOLOGIA NUMÉRICA PARA ESTUDO DO ENSAIO DE FLEXÃO EM TRÊS PONTOS: UMA ABORDAGEM TÉCNICA E DIDÁTICA PARA O ENSINO APLICADO DE ENGENHARIA MECÂNICA

DEVELOPMENT OF A NUMERICAL METHODOLOGY FOR THE STUDY OF THE THREE-POINT BENDING TEST: A TECHNICAL AND DIDACTIC APPROACH FOR THE APPLIED TEACHING OF MECHANICAL ENGINEERING

Paulo Rossi Prates¹, Sílvio Aparecido Verdério Júnior², Celio Caminaga³

DOI: 10.37702/REE2236-0158.v42p436-453.2023

RESUMO: Solicitações e deformações por esforços de flexão ocorrem nos mais diversos componentes mecânicos e nas mais diversas aplicações de engenharia, bioengenharia, indústria etc. Ensaio mecânico destrutivo de flexão são utilizados para determinar o comportamento real de elementos, peças etc. nesse tipo de solicitação. Problemas reais de engenharia são atualmente resolvidos através de métodos numéricos, destacando-se o MEF para aplicações estruturais. A utilização de métodos computacionais é uma tendência no ensino moderno da Engenharia e mostra-se, juntamente com outras metodologias ativas de ensino, como uma alternativa ao modelo convencional. Da ótica técnica, o presente trabalho objetiva o desenvolvimento e validação experimental de uma metodologia computacional para simulação do ensaio de flexão em três pontos. Da ótica didática, e em continuação ao estudo de Augustinho et al. (2022), a metodologia numérica desenvolvida objetiva ser uma ferramenta alternativa para o ensino aplicado e ativo de resistência dos materiais, projeto mecânico etc. Os modelos numéricos foram construídos por meio do módulo FEA da versão estudantil do *software* Autodesk Inventor 2021®. Comprovou-se que o *software* utilizado não é adequado para análises não-lineares e de grandes deformações. Os modelos numéricos se mostraram adequados para a avaliação e previsão de resultados do ensaio de flexão em três pontos no regime linear-elástico de pequenas deformações para os materiais em estudo. A metodologia computacional desenvolvida mostrou-se uma ferramenta robusta interdisciplinar de ensino aplicado de Engenharia, com potencial de integração a outras metodologias ativas de ensino e também indicada para o ensino a distância ou remoto emergencial.

PALAVRAS-CHAVE: ensaio de flexão; MEF; metodologias de ensino; métodos computacionais.

ABSTRACT: Stresses and deformations due to bending efforts occur in the most diverse mechanical components and applications of engineering, bioengineering, industry, etc. Mechanical destructive tests of bending are used to determine the actual behavior of machine elements, parts, etc., in this type of mechanical effort. Real engineering problems are currently solved through numerical methods, emphasizing FEM for structural applications. The use of computational methods is a trend in modern engineering teaching and, together with other active teaching methodologies, is an alternative to the conventional model. From a technical perspective, the present work aims at the development and experimental validation of a computational methodology for simulating the three-point bending test. From the didactic perspective and in continuation of the study of Chades Augustinho et al. (2022), the developed numerical methodology aims to be an alternative tool for applied and active teaching of mechanics and strength of materials, mechanical project, etc. Numerical models were built using the FEA module of the student version of Autodesk Inventor 2021® software. It has been proven that the software used is not suitable for non-linear and large strain analysis. The numerical tools used proved adequate for evaluating and predicting the results of the three-point bending tests for the linear-elastic regime of small deformations for the studied materials. The computational methodology developed proved to be a robust interdisciplinary tool for applied engineering teaching, with the potential for integration with other active teaching methodologies and also suitable for distance or emergency remote teaching.

KEYWORDS: Bending test; FEM; Teaching Methodologies; Computational Methods.

¹ Graduando em Engenharia Mecânica, IFSP Campus Araraquara, paulo_rossiprates@hotmail.com

² Docente, IFSP Campus Araraquara, silvioverderio@ifsp.edu.br

³ Docente, IFSP Campus Araraquara, caminaga@ifsp.edu.br



INTRODUÇÃO

Componentes mecânicos de geometrias mais complexas são mais facilmente projetados e analisados por meio de metodologias numéricas. Existem diversas técnicas numéricas utilizadas em Engenharia, que são mais facilmente empregadas através da integração com *softwares* CAD (Desenho Assistido por Computador) e CAE (Engenharia Assistida por Computador) (SHIGLEY, 1984). Um dos métodos mais utilizado é o Método dos Elementos Finitos (MEF), que permite o estudo dos deslocamentos e tensões em máquinas, peças mecânicas, elementos biomecânicos, estruturas etc.

As análises feitas pelo MEF são baseadas em equações diferenciais que relacionam variáveis de campo dentro de um determinado domínio físico, satisfazendo restrições para as variáveis fundamentais e suas derivadas na fronteira do domínio. Essas equações diferenciais são linearizadas e resolvidas por meio de equações matriciais algébricas (MELCONIAN, 2014). A aplicação do método é iniciada com a definição do domínio físico e das hipóteses simplificadoras de modelagem, conforme geometria e física do problema estudado (ZIENKIEWICZ; TAYLOR; ZHU, 2013). O domínio físico é então subdividido em elementos finitos discretos, conectados entre si por nós ou pontos nodais. O conjunto total de elementos e nós gerados forma a malha (OWEN, 1998). O MEF não apresentará resultados exatos, haja vista a transformação de um domínio físico contínuo em um domínio numérico discreto e as aproximações numéricas de modelagem introduzidas (CHANDRUPATLA; BELEGUNDU, 2014). O tipo de elementos (triangular, quadrilátero, hexaédrico etc.) e o grau de refinamento utilizados na malha influenciarão na qualidade e exatidão dos resultados obtidos com a aplicação do MEF. Destaca-se, ainda, suas aplicações na análise e solução de problemas de diferentes campos – torção em barras de seção irregular, análise de tensões em barras de diferentes formas e sob cargas arbitrárias, análise dinâmica de treliças, problemas de vibração, transferência de calor e massa, acústica entre outros (MELCONIAN, 2014).

A utilização de simulações numéricas em projetos é uma ferramenta de redução de custos e de previsão de resultados, reduzindo ou eliminando a dependência de modelos experimentais, os quais, muitas vezes, apresentam limitações de construção e/ou reprodução e tendem a aumentar consideravelmente os custos do produto final (DUARTE, 2003). Os resultados e análises numéricas geram diversas informações sobre o conjunto estudado, em especial a previsão de falhas e técnicas de otimização, permitindo a adequação



e modificação do projeto para correções e melhorias de qualidade (ROSSETTO, 2016).

A resistência mecânica em flexão, representada pela tensão máxima de flexão, é uma propriedade de extrema importância em um material e pode ser determinada por meio do ensaio de flexão, que consiste na aplicação lenta de uma carga crescente em pontos determinados em uma barra de geometria conhecida. Esse ensaio é muito utilizado na indústria de materiais do tipo cerâmico, metal duro, ferro fundido entre outros. Os principais ensaios de flexão realizados são do tipo em três pontos, em quatro pontos e engastado, os quais fornecem resultados da tensão de escoamento máxima em flexão, módulo de ruptura em flexão, módulo de elasticidade, módulo de resiliência, módulo de tenacidade entre outros (GARCIA, 2000).

De Almeida e Verdério Júnior (2017), a partir de resultados experimentais do ensaio de flexão em três pontos, estudaram a influência dos tratamentos térmicos de têmpera e revenimento nas propriedades mecânicas de flexão do aço SAE 1045. Concluíram que existe indicação para a aplicação da equação de flexão, que apresentou resultados mais precisos em materiais frágeis de baixa razão elástica e no regime de deformações linear-elástica em materiais dúcteis.

Bejo et al. (2021), por meio de análises comparativas dos resultados dos ensaios de tração unidirecional e de flexão em três pontos, obtiveram resultados das propriedades mecânicas dos aços SAE 1020 e 1045 em diferentes condições metalúrgicas. A influência da composição, processo de fabricação e tratamento térmico nas propriedades mecânicas foi comprovada e discutida. Discrepâncias nos valores das tensões de início de escoamento, determinadas a partir dos ensaios de tração e flexão em três pontos, foram constatadas e discutidas com base na influência da condição metalúrgica. Por fim, foram propostas alternativas de redução dos prováveis erros de superdimensionamento causados pela utilização única da tensão de escoamento em tração como critério de projeto.

Da análise de critérios didáticos-pedagógicos, a utilização de métodos computacionais na resolução de problemas e como ferramentas de projeto é uma tendência no Ensino de Engenharia, com previsão de amplo crescimento nos próximos anos (ALBERTI et al., 2015; ANGRIZANI et al., 2017; OLIVEIRA et al., 2018; MANRIQUE; PÓVOA, 2020). Nesse sentido e complementarmente às ferramentas numéricas, as metodologias ativas da aprendizagem baseadas em projeto (PBL – *Project-Based Learning*) se mostram como uma tendência no Ensino de Engenharia, destacando-se as experiências relatadas por De Souza Candido et al. (2022), Francelino e Salgado (2022) e Idehara, De Lima e Rabelo (2022). Sperandio



et al. (2022) e Bordini et al. (2022) destacam ainda o contexto da necessidade de desenvolvimento de novas metodologias alternativas de ensino, especialmente como formas de superação aos desafios impostos pelo contexto do Ensino Remoto Emergencial (ERE) devido à pandemia de COVID-19.

Nos contextos descritos da busca de novas metodologias computacionais para o Ensino de Engenharia, bem como da questão de reinvenção do processo de ensino-aprendizado no contexto de pandemia, Augustinho et al. (2022) estudaram diferentes métodos e ferramentas computacionais para o ensino aplicado de Resistência dos Materiais. Nesse estudo, destacaram a necessidade de diversificação de abordagens pedagógica e construção de estratégias de ensino interdisciplinar e orientadas a projetos, tudo como forma de inclusão e motivação de discentes e para a redução da retenção e evasão escolar.

O presente trabalho objetiva o desenvolvimento de modelos numéricos computacionais para simulação do ensaio de flexão em três pontos utilizando o módulo FEA da versão estudantil do *software* Autodesk Inventor 2021®, com validação de resultados numéricos por meio de resultados experimentais de Bejo et al. (2021) para os aços SAE 1020 e 1045, em diferentes condições metalúrgicas. Também objetiva, da ótica didático-pedagógica e em continuação ao estudo de Augustinho et al. (2022), o desenvolvimento de uma nova metodologia numérica, nomeada “Método das Geometrias Auxiliares”, para o ensino aplicado de Resistência dos Materiais, Projeto Mecânico e de outras componentes curriculares correlatas da Engenharia Mecânica.

MATERIAIS E MÉTODOS

Os resultados experimentais utilizados como base de formulação e como parâmetros de validação física dos modelos numéricos deste trabalho foram disponibilizados e autorizados pelos autores da referência Bejo et al. (2021). A descrição da composição química dos materiais utilizados, geometria e processo de preparação dos corpos de prova, parâmetros de controle e execução dos ensaios de tração unidirecional e de flexão em três pontos, critérios de finalização de ensaios, metodologias de tratamento e análise de resultados e conclusões obtidas, encontram-se descritos em maiores detalhes na referência citada.

A Tabela 1 apresenta as características geométricas e as principais propriedades mecânicas dos materiais que serão utilizadas neste trabalho, obtidas da referência Bejo et al. (2021). Deve-se observar que o diâmetro, o módulo de



elasticidade, tensão de escoamento e limite de resistência à tração apresentados são referentes às amostras mais representativas e foram obtidos do ensaio de tração unidirecional com extensômetros da referência citada. Definindo e padronizando, para todos os cálculos e simulações realizados neste trabalho, utilizou-se do valor médio do módulo de elasticidade de $E \cong 200 \text{ GPa}$ para todos os materiais em estudo.

Tabela 1 – Parâmetros geométricos e propriedades mecânicas dos materiais estudados

Materiais	Diâmetro (mm)	E (GPa)*	Tensão de escoamento média (MPa)*	Limite de resistência a tração (MPa)*
SAE 1045 temperado e revenido	9,52	198,81	1477,33	1549,72
SAE 1045 normalizado	9,47	211,76	395,18	681,83
SAE 1045 trefilado a frio	9,55	179,29	771,80	924,55
SAE 1045 laminado a quente	9,62	193,42	475,39	677,15
SAE 1020 trefilado a frio	9,50	202,45	564,80	615,44
SAE 1020 laminado a quente	9,78	205,59	325,80	466,22

* Extraídas de Bejo et al. (2021).

Fonte: elaborada pelos autores.

Construção dos modelos numéricos

O processo de simulação pelo módulo FEA da versão de estudante do *software* Autodesk Inventor Professional 2021® tem início com a construção e definição da geometria CAD em estudo. Em seguida, tem-se a criação de um estudo estático para análise de tensões e deformações, seguindo as etapas de: (a) seleção, definição e ajuste das propriedades do material, conforme Tabela 1; (b) alocação de restrições físicas e esforços externos; (c) seleção e ajuste de critérios de convergência de malha; (d) realização da simulação; e (e) plotagem e análise de resultados. O *software*, unicamente e por padrão, utiliza elementos tetraédricos (lineares e quadráticos) na criação da malha. A metodologia de simulação numérica do ensaio de flexão em três pontos, validação de resultados, parâmetros e testes de malha e critérios de convergência serão melhor descritos nas seções seguintes.

O módulo FEA do *software* Autodesk Inventor 2021® só é capaz de realizar análises lineares até o limite da tensão de escoamento, no regime de pequenas deformações (em comparação ao tamanho da geometria em estudo), na hipótese de material isotrópico (propriedades mecânicas equivalentes nas três



direções coordenadas) e com limitações em análises de singularidades de tensão (YOUNIS, 2010). O *software* trabalha com um processo de refinamento de convergência H-P, que combina o processo de refinamento H, com ajuste do número de elementos a cada iteração até a convergência, com o processo de refinamento P, que aumenta gradualmente a ordem da função de interpolação polinomial em cada iteração de 1 (linear), 2 (quadrático) e 3 (cúbico). Ressalta-se que o usuário do *software* só consegue ajustar os parâmetros relacionados à convergência do processo de refinamento H.

Metodologia de simulação numérica do ensaio de flexão em três pontos

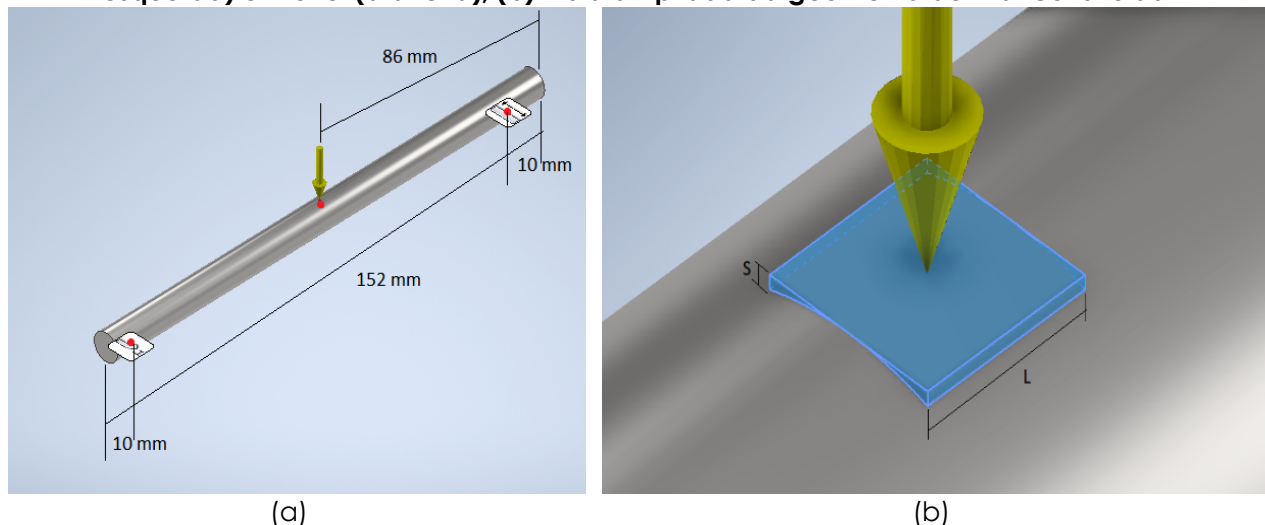
Método das Geometrias Auxiliares como pontos de apoio e de aplicação de cargas

O *software* Autodesk Inventor 2021® não é um *software* dedicado à realização de simulações e análises por elementos finitos, apresentando limitações e erros numéricos, associados, especialmente, à definição de pontos de aplicação de cargas e de restrições (fixas e móveis) em geometrias de seção circular. Dessa forma, para a realização das simulações dos ensaios de flexão em três pontos em seções circulares, foi necessário o desenvolvimento de uma metodologia numérica para definição dos pontos de aplicação da carga e das restrições, chamada neste trabalho de “Método das Geometrias Auxiliares”.

Esse método foi desenvolvido com os objetivos de aumentar a exatidão dos resultados numéricos obtidos, melhor aproximando o modelo numérico das condições experimentais de realização do ensaio mecânico e, da ótica do ensino aplicado de Engenharia, ser utilizada como uma ferramenta computacional didática, interdisciplinar e aplicada ao ensino de Resistência dos Materiais, Projeto Mecânico e áreas correlatas (como Ensaios dos Materiais, Materiais de Construção Mecânica etc.).

O Método das Geometrias Auxiliares consiste em um artifício numérico de inclusão de regiões quadradas de aresta L , alocadas no centro dos pontos de aplicação da carga e das restrições. Tais regiões serão extrudadas com profundidade S na direção da peça, formando sólidos tridimensionais auxiliares, destinados à aplicação da carga e das restrições nas faces virtuais criadas. A Figura 1, de forma ampliada, ilustra o processo de construção e desenvolvimento do Método das Geometrias Auxiliares.

Figura 1 – (a) Vista isométrica dos pontos de aplicação da carga e das restrições fixas (à esquerda) e móvel (à direita); (b) Vista ampliada da geometria auxiliar construída



Fonte: elaborada pelos autores

Análises Paramétricas e Validação Analítica do Método das Geometrias Auxiliares

Para determinação das dimensões das geometrias auxiliares – aresta (L) e profundidade de extrusão (S) – foram realizadas 11 simulações numéricas de análises paramétricas, objetivando a definição de uma geometria que proporcione maior exatidão de resultados numéricos (menor erro percentual relativo) em relação aos valores experimentais da tensão de flexão máxima e da flecha, conforme Bejo et al. (2021).

Das hipóteses simplificadoras e restrições para peças de seção transversal circular maciça em solicitação de flexão em três pontos – apresentadas por Shigley (1984), Hibbeler (2010), Norton (2013) e Beer et al. (2015) – tem-se a avaliação analítica aproximada da tensão limite de flexão máxima (σ_f) e da flecha (f) através das Equações (1) e (2). Para a obtenção de resultados com maior acuracidade – conforme formulações de Zienkiewicz, Taylor e Zhu (2013) e Chandrupatla e Belegundu (2014) – tem-se a FEA tridimensional de tensões e deformações da situação-problema estudada através das Equações (3) a (5)



$$\sigma_f \cong \frac{8 \cdot F \cdot \ell}{\pi \cdot \phi^3} \quad (1)$$

$$f \cong \frac{4}{3} \cdot \frac{F \ell^3}{\pi \cdot E \cdot \phi^4} \quad (2)$$

$$\sigma = D \epsilon \quad (3)$$

$$\sigma = [\sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_z \quad \tau_{yz} \quad \tau_{xz} \quad \tau_{xy}]^T \quad (4)$$

$$\epsilon = \left[\frac{\partial u}{\partial x} \quad \frac{\partial v}{\partial y} \quad \frac{\partial w}{\partial z} \quad \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \quad \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \quad \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right]^T \quad (5)$$

sendo:

D – Matriz (9 x 9) de correlação tensão-deformação específica, em MPa.

E – Módulo de Elasticidade, em MPa.

f – Flecha máxima de deslocamento, em mm.

F – Carga de flexão aplicada, em N.

ℓ – Comprimento longitudinal entre os pontos de apoio, chamado de *span* e igual a 152 mm neste trabalho.

ε – Tensor de Deformações Específicas, adimensional.

u, v, w – Deslocamentos nas direções x, y e z, respectivamente e em mm.

σ – Tensor de Tensões, em MPa.

σ – Tensão normal, em MPa.

σ_f – Tensão normal de flexão, em MPa.

φ – Diâmetro da seção transversal, em mm.

τ – Tensão cisalhante, em MPa.

Para a realização das simulações numéricas de análises paramétricas e validação do Método das Geometrias Auxiliares, escolheu-se o Aço SAE 1045 Temperado e Revenido, cujas propriedades mecânicas estão apresentadas na Tabela 1. Todos os testes foram realizados no regime linear-elástico, adotando-se o valor de $F = 3000 \text{ N}$; vista a carga no limite de escoamento de 3293,098 N para o Aço SAE 1045 Temperado e Revenido, estimada (de forma aproximada) através das propriedades da Tabela 1 e Equação (1). Para a carga utilizada, conforme resultados experimentais de Bejo et al. (2021) e estimativa da Equação (1), tem-se $\sigma_f = 1345,8421 \text{ MPa}$ e $f = 2,9228 \text{ mm}$; referências utilizadas na avaliação dos erros percentuais relativos médios em cada simulação.

Em todas as simulações desta seção utilizou-se a malha padrão do *software*, com 3054 elementos nodais e critério de convergência baseado no deslocamento – com número máximo de iterações de refinamento (h) igual a 2, critério de interrupção de simulação menor ou igual a 10% de diferença entre resultados simulados ou até o valor limite de h e limiar de refinamento das iterações em 0,75 (refinamento localizado de 25% dos elementos com maiores tensões).

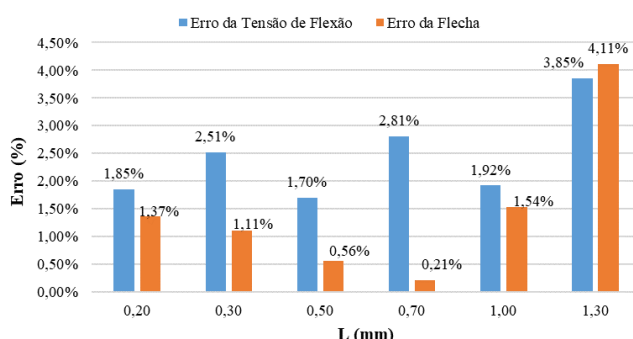
Os testes de análises paramétricas têm início com a determinação do comprimento de aresta L das geometrias auxiliares. Seis geometrias auxiliares diferentes com arestas iguais a 0,2, 0,3, 0,5, 0,7, 1 e 1,3 mm foram testadas; todas com profundidade de extrusão igual a 0,001 mm. A Figura 2 apresenta os erros percentuais relativos para a tensão de flexão máxima e flecha nas diferentes geometrias auxiliares estudadas, calculados a partir dos resultados experimentais de Bejo et al. (2021). Da análise dos resultados e objetivando a obtenção de



simulações com menor combinação de erros (maior exatidão), define-se o tamanho de aresta das geometrias auxiliares em $L = 0,2 \text{ mm}$.

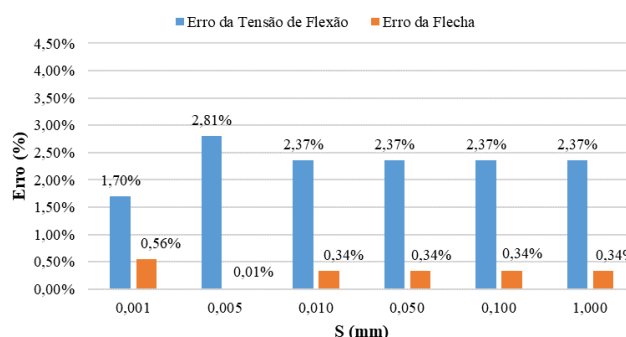
A finalização dos testes de análises paramétricas ocorre com a determinação da profundidade de extrusão S . Mais cinco geometrias auxiliares diferentes com profundidade de extrusão iguais a 0,001, 0,005, 0,05, 0,1 e 1 mm foram testadas; todas com arestas iguais a 0,2 mm e resultados apresentados na Figura 3. Da análise dos resultados, define-se, com base na maior exatidão de resultados, as dimensões das geometrias auxiliares de $L = 0,2 \text{ mm}$ e $S = 0,005 \text{ mm}$, condição utilizada em todas as demais simulações realizadas neste artigo.

Figura 2 – Influência do comprimento de aresta L das geometrias auxiliares na exatidão dos resultados numéricos obtidos; com $S = 0,001 \text{ mm}$



Fonte: elaborada pelos autores.

Figura 3 – Influência da profundidade de extrusão S das geometrias auxiliares na exatidão dos resultados numéricos obtidos; com $L = 0,2 \text{ mm}$



Fonte: elaborada pelos autores.

Estudo de independência e consistência de malha e construção das curvas numéricas de flexão

Após a definição das geometrias auxiliares, fez-se necessária a definição da malha utilizada nas demais simulações deste trabalho. Realizou-se um estudo de independência e consistência de malha nas mesmas condições definidas anteriormente para o Aço SAE 1045 Temperado e Revenido, em regime linear-elástico e com aplicação de carga de flexão de $F = 3000 \text{ N}$.

A malha padrão do software Autodesk Inventor 2021® foi comparada com uma malha de maior grau de refinamento (com 3892 elementos nodais), número máximo de iterações de refinamento (h) igual a 10 e critério de interrupção de simulação menor ou igual a 0,1% de diferença entre resultados simulados ou até o valor limite de h , mantendo-se os demais parâmetros inalterados. A Tabela 2



apresenta os erros percentuais relativos em relação à tensão máxima de flexão e à flecha, representados por $Erro_{\sigma_f}$ e $Erro_f$, respectivamente, e calculados com base nos mesmos resultados experimentais da seção anterior para as diferentes malhas estudadas.

Tabela 2 – Testes de independência e consistência de malha

Tipo de Malha	Elementos Nodais	$Erro_{\sigma_f}$ (%)	$Erro_f$ (%)
Padrão	3054	1,697 %	0,557 %
Refinada	3892	3,406 %	0,483 %

Fonte: elaborada pelos autores.

Da análise da Tabela 2, observa-se que a condição de independência de malha foi atingida a partir da configuração de malha padrão, mostrando-se qualquer refinamento adicional irrelevante em termos de ganho de exatidão nas propriedades mecânicas avaliadas. Na verdade, o maior refinamento da malha reduziu a exatidão da avaliação da tensão de flexão, o que ocorre devido às limitações do *software* em análises de singularidades de tensão (YOUNIS, 2010). Dessa forma, observando-se o parâmetro menor custo computacional, decidiu-se pela utilização da malha padrão (menos refinada) para a realização das demais simulações deste trabalho.

A etapa final do trabalho consiste na análise comparativa de curvas experimentais de flexão com as curvas numéricas discretas obtidas através de simulações com o pacote FEA do *software* Autodesk Inventor 2021®, nas condições de malha e elementos de geometria auxiliar definidos anteriormente. As curvas experimentais de flexão para os materiais em estudo da Tabela 1 se encontram disponíveis em Bejo et al. (2021). Para cada material foram realizadas 15 diferentes simulações, com variações progressivas nas condições de carregamento e nos regimes de deformação linear-elástico e plástico – sendo realizadas 10 simulações até a tensão limite de escoamento e cinco após esse limite e até a falha. O cálculo das cargas limites de escoamento ocorreu, de forma aproximada, através da Equação (1) e das propriedades da Tabela 1.

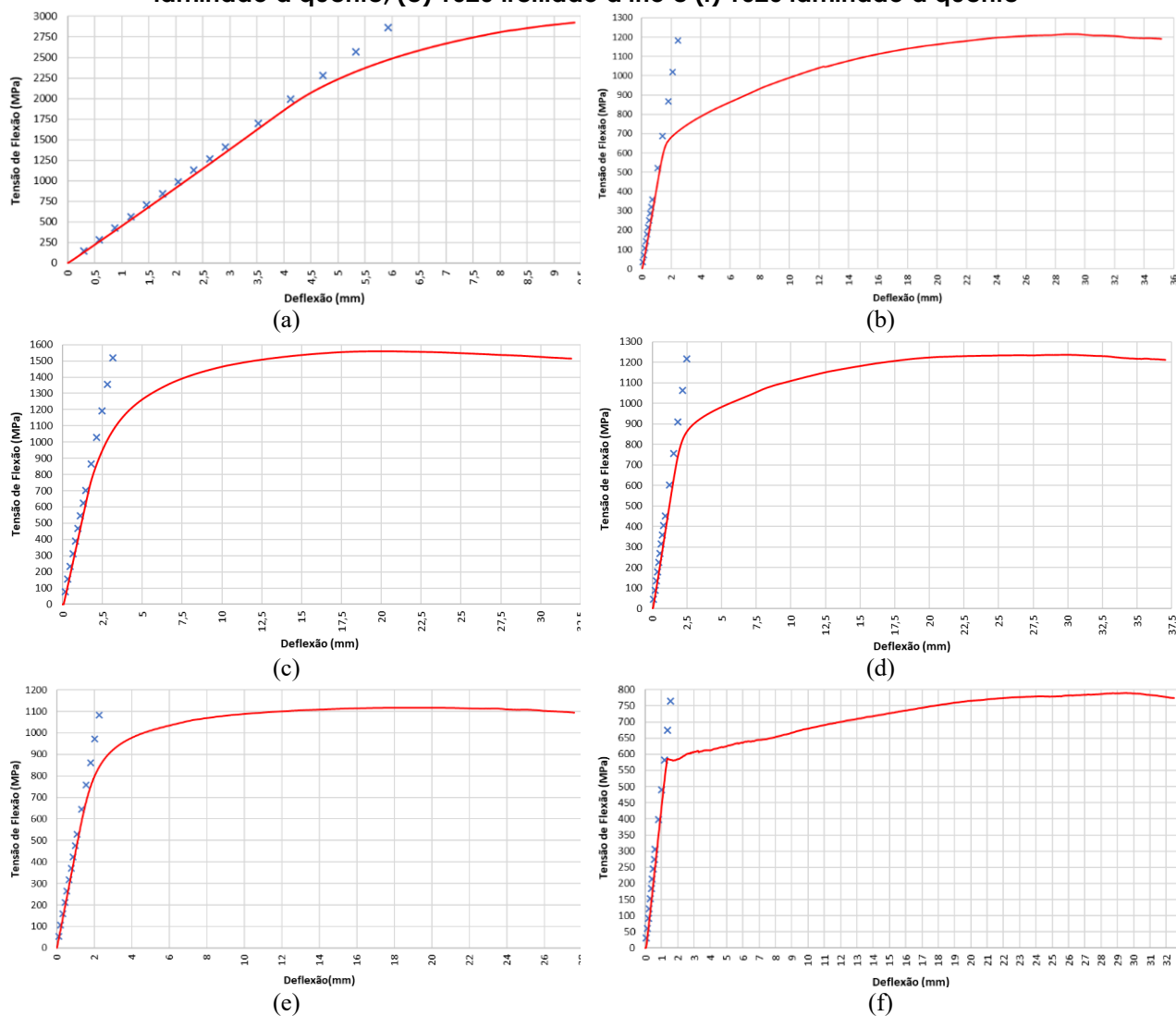
RESULTADOS E DISCUSSÕES

A partir do tratamento, análise e plotagem dos dados numéricos, bem como dos dados experimentais de Bejo et al. (2021), tem-se a Figura 4, itens (a) a (f), que



apresenta as curvas tensão de flexão máxima versus flecha para os materiais estudados e ilustra, de forma comparativa, os resultados numéricos e experimentais do ensaio de flexão em três pontos. Os resultados numéricos obtidos das simulações realizadas no *software* Autodesk Inventor 2021® são apresentados na forma de pontos discretos com marcador x e coloridos em azul e os resultados experimentais da referência de Bejo et al. (2021) são apresentados como curvas contínuas e coloridos em vermelho.

Figura 4 – Curvas experimental (contínua, em vermelho) e numérica (discreta, em azul) para os aços SAE (a) 1045 temperado e revenido, (b) 1045 normalizado, (c) 1045 trefilado a frio, (d) 1045 laminado a quente, (e) 1020 trefilado a frio e (f) 1020 laminado a quente



Fonte: elaborada pelos autores

A análise das curvas numéricas discretas da Figura 4 mostra que o módulo FEA do *software* Autodesk Inventor 2021® pressupõe e utiliza uma relação constitutiva



linear entre a tensão de flexão e a flecha. Tal comportamento ocorre pela ausência de programação ou ferramentas físico-numéricas implementadas para a realização de análises não-lineares e/ou no regime de grandes deformações. Destaca-se que, por ser um *software* comercial, ele não permite ao usuário a realização de alterações ou adaptações em seu código fonte, o que inviabiliza o estudo no regime de deformações elasto-plástica ou plástica. Dessa forma, a utilização do módulo FEA do *software* Autodesk Inventor 2021®, não dedicado à FEA, é totalmente restrita e limitada à realização de análises lineares com pequenas deformações, em concordância ao descrito em Younis (2010).

Restringindo a análise de resultados para a região até o limite da tensão de flexão no escoamento, verifica-se uma quase sobreposição das curvas numérica e experimental. Tal comportamento evidencia a excelente exatidão dos resultados numéricos obtidos e valida, de forma numérico-experimental, a utilização do módulo FEA do *software* Autodesk Inventor 2021® e do Método das Geometrias Auxiliares como ferramentas de avaliação e previsão de resultados do ensaio de flexão em três pontos para os materiais ensaiados, destacando-se as restrições de comportamento mecânico no regime linear-elástico e de pequenas deformações.

Importante destacar que, para materiais frágeis e com baixa razão elástica (como o aço SAE 1045 temperado e revenido, cerâmicas etc.), o regime de deformações é predominantemente elástico e de pequenas deformações. Dessa forma, as ferramentas numéricas desenvolvidas e utilizadas neste estudo se mostram adequadas para prever resultados numéricos e avaliar o comportamento mecânico em flexão em três pontos desse tipo de material e em quase toda a região de deformação, excetuando-se as regiões próximas à ruptura e na própria previsão de falha.

Com base na validação numérica e experimental do Método das Geometrias Auxiliares e módulo FEA do *software* Autodesk Inventor 2021®, propõe-se a utilização dessas ferramentas numéricas, em substituição à realização do ensaio mecânico destrutivo experimental, na determinação e previsão de comportamento mecânico (no regime linear-elástico de pequenas deformações ou em materiais frágeis) de peças solicitadas em flexão em três pontos. Isso permitirá uma redução de custos e dependências associadas à aquisição e preparação de corpos de provas normatizados, de necessidade de infraestrutura e equipamentos específicos para realização de ensaios mecânicos, de aquisição de normas técnicas, de contratação de mão de obra especializada etc. Tudo isso com objetivo de redução dos custos totais, aumento da competitividade do produto final ou do serviço prestado e redução do tempo necessário para a



obtenção de resultados, auxiliando, simplificando e tornando mais ágil o processo de tomada de decisões em operações de validação de resultados, consultorias, pesquisas, desenvolvimento de novos produtos etc.

A discrepância entre as tensões de escoamento determinadas a partir dos ensaios mecânicos de tração unidirecional (conforme Tabela 1) e de flexão em três pontos (conforme curvas experimentais da Figura 4), observada pela primeira vez e discutida em detalhes em Bejo et al. (2021), mais uma vez fica evidenciada, agora também a partir de previsões e resultados numéricos computacionais. Dessa forma, a partir das ferramentas numéricas utilizadas e desenvolvidas neste trabalho, pode-se também prever o provável superdimensionamento de seções transversais dimensionadas exclusivamente a partir da tensão de escoamento do ensaio de tração unidirecional. Reitera-se, assim, as sugestões de Bejo et al. (2021) para o desenvolvimento de trabalhos futuros, numéricos e experimentais, para melhor avaliar, explorar e corrigir a questão observada.

Como menção a trabalhos futuros e de forma à reprodução total das curvas experimentais a partir de modelos numéricos, sugere-se a utilização de outros *softwares* para a determinação do comportamento mecânico em flexão em três pontos no regime plástico e de grandes deformações para os materiais estudados neste artigo. Destaca-se que, com a crescente escassez de recursos de pesquisa no mundo e principalmente no Brasil, é cada vez mais necessário buscar ferramentas para pesquisar sem grandes recursos financeiros ou sem infraestrutura de ponta, com previsões que a situação de restrição se torne ainda mais pronunciada no período pós-pandemia. Nesse sentido, a utilização de *softwares* livres e de código aberto em simulações numéricas computacionais em Engenharia mostra-se como uma tendência. Sugere-se, para trabalhos futuros, a utilização do *solver* FEM CalculiX® implementado no *software* livre PrePoMax®, para a análise mais aprofundada (no regime plástico e de grandes deformações) da situação-problema estudada.

Muito além dos aspectos técnicos da metodologia numérica desenvolvida, faz-se necessária uma discussão aprofundada dos seus aspectos relacionados ao processo ensino-aprendizado. O Ensino de Engenharia no Brasil ainda é bastante limitado e predominantemente vinculado ao modelo de educação tradicional, baseado em metodologias passivas de ensino.

Nesse sentido, a metodologia numérica desenvolvida neste trabalho se mostra como uma ferramenta de ensino-aprendizagem bastante robusta, diferenciando-se por apresentar conteúdos teóricos de maneira mais visual, lúdica e aplicada,



descontraindo e simplificando o processo de ensino-aprendizagem e de obtenção de competências e habilidades.

Outra questão se refere ao estímulo e potencial de utilização de metodologias ativas por meio da metodologia numérica formulada, uma vez que, a partir das formulações teórico-concentuais utilizadas, é possível adaptar ou reformular a metodologia desenvolvida para outras aplicações corriqueiras e simplificadas do ambiente industrial, relacionadas a materiais e projeto mecânico.

Outro aspecto da metodologia refere-se a sua interdisciplinaridade aplicada. A forma de construção e aplicação da metodologia desenvolvida evidencia aos discentes a utilização aplicada de competências e habilidades desenvolvidas em diversas disciplinas durante o curso de Engenharia Mecânica – destacando-se as componentes curriculares de Desenho Técnico Mecânico, Estática, Resistência dos Materiais, Ensaio dos Materiais, Tratamentos Térmicos e Materiais de Construção Mecânica, Método Numéricos em Engenharia, Programação e Projeto Mecânico. Dessa forma, demonstra-se a indissociabilidade dos aspectos teóricos de sala de aula e práticos do ambiente industrial e experimental aplicado, encorajando e motivando os discentes no processo de aprendizado durante o curso e também na formação de um perfil profissional instigado a pesquisa e a resolução ativa de problemas.

Sob outra perspectiva, a metodologia desenvolvida mostra potencial de aplicabilidade no âmbito do ensino remoto. A terrível pandemia da COVID-19 evidenciou a professores, alunos e gestores que se faz necessário, cada vez mais, buscar novas alternativas e adaptar e replanejar os métodos de ensino para otimizar, flexibilizar e tornar mais inclusivo o processo de ensino-aprendizagem. Nessa ótica, as ferramentas computacionais mostram-se valiosas alternativas às clássicas aulas presenciais (teóricas ou experimentais).

Por fim, tem-se as restrições orçamentárias que as instituições de ensino, especialmente públicas, vem enfrentando nas últimas décadas e seus efeitos no processo de ensino-aprendizagem. Com o cenário de pós-pandemia e constantes e crescentes restrições orçamentárias nas áreas de Ciência, Tecnologia e Educação, é cada vez mais difícil para as instituições de ensino oferecer aulas práticas laboratoriais nos cursos de Engenharia. Com o sucateamento dos laboratórios devido à falta de recursos para manutenção e substituição de equipamentos obsoletos, bem como a ausência de recursos para a aquisição de matérias-primas, tem-se um cenário de redução acentuada ou eliminação de aulas experimentais-demonstrativas e pesquisas experimentais aplicadas. Nesse sentido, o desenvolvimento de metodologias numéricas – especialmente utilizando



softwares livres e/ou com versões estudantis disponíveis – mostra-se como uma alternativa a essa grave situação. É importante destacar que, de forma alguma, essas metodologias numéricas e/ou outros recursos teóricos de ensino são totalmente eficazes na substituição das aulas práticas demonstrativas, especialmente em uma gama de cursos que, para a melhor formação dos discentes, exige constante atualização tecnológica e atenção ao estado da arte. Tais ferramentas alternativas de ensino têm o objetivo de ajudar a diminuir o prejuízo que essas restrições orçamentárias e de investimento acabam por causar no processo-ensino aprendido e na formação dos alunos em engenheiros; no entanto, não são e não serão substituições totalmente eficazes aos métodos práticos-aplicados de ensino.

CONCLUSÕES

O Método das Geometrias Auxiliares e o módulo FEA do *software* Autodesk Inventor 2021®, aplicados no estudo da flexão em três pontos para os aços SAE 1020 e 1045 em diferentes condições metalúrgicas e no regime linear-elástico de pequenas deformações, foram validados com excelente exatidão a partir de resultados experimentais. Dessa forma, tais ferramentas numéricas mostram-se adequadas para a avaliação e previsão de resultados do ensaio de flexão em três pontos (no regime linear-elástico e de pequenas deformações) para os materiais ensaiados, mostrando-se, ainda, ser uma alternativa de substituição, de baixo custo e maior rapidez, de obtenção de resultados, em relação ao ensaio destrutivo convencional.

As limitações e restrições do *software* utilizado o tornam inadequado à realização de análises não-lineares e no regime de grandes deformações, conforme explorado por Younis (2010). Sugere-se, como trabalhos futuros, a utilização de outros *softwares*, com destaque àqueles livres e de código aberto, na construção dos modelos numéricos para estudo do regime de deformações plásticas e descrição físico-numérica total do ensaio de flexão em três pontos.

As discrepâncias entre as tensões no início do escoamento, a partir dos resultados dos ensaios de tração unidirecional e flexão em três pontos, também foram observadas a partir dos resultados obtidos das ferramentas numéricas utilizadas. Trabalhos futuros, em concordância aos estudos de de Bejo et al. (2021), foram sugeridos para melhor investigação e adequação às práticas de projeto ao fenômeno observado.



A metodologia computacional desenvolvida, em complementação ao estudo anterior de Augustinho et al. (2022), mostra-se como uma ferramenta robusta no ensino interdisciplinar aplicado de Resistência dos Materiais, Projeto Mecânico e outras disciplinas correlatas de cursos de Engenharia, em especial da Engenharia Mecânica. Em seus diversos aspectos e dimensões, demonstra grande potencial de atuação como uma forma de metodologia ativa no processo de ensino-aprendizado em Engenharia, com possibilidades de interligação com outras metodologias, como sala de aula invertida, aprendizado baseado em projetos e problemas, gamificação, estudos de casos etc. Também se mostrou como uma alternativa aplicável ao processo de replanejamento e reformulação pedagógica de componentes curriculares, nas realidades do ensino híbrido, remoto e em restrições de aulas prático-demonstrativas (especialmente devido às restrições orçamentárias e sucateamento de laboratórios).

Agradecimentos

Ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (IFSP), câmpus Araraquara, pelo fornecimento dos equipamentos, da força de trabalho e das condições de realização deste trabalho.

REFERÊNCIAS

- ALBERTI, R. A. et al. Simulação como Ferramenta no Ensino de Engenharia: Problematização e Promoção da Vivência em Processos Produtivos. **Revista de Ensino de Engenharia**, v. 34, 2015.
- ANGRIZANI, C. C. et al. Uso de Software Acadêmico MECH-GCOMP para o Ensino de Compósitos Particulados. **Revista de Ensino de Engenharia**, v. 36, 2017.
- AUGUSTINHO, G. C. et al. Utilização de métodos e ferramentas computacionais alternativas no ensino aplicado de resistência dos materiais. **Revista de Ensino de Engenharia**, v. 41, 2022.
- BEER, F. P. et al., **Mecânica dos Materiais**. Porto Alegre: McGraw-Hill Education, 7 ed., 2015.
- BEJO, F. G. et al. Estudo comparativo das propriedades mecânicas dos aços SAE 1045 e SAE 1020, em diferentes condições metalúrgicas, através dos ensaios de tração unidirecional e flexão em três pontos. **Revista Matéria**, v. 26, n. 3, 2021.
- BORDINI, F. W. et al. Ensino remoto como alternativa educacional para estudantes de graduação dos cursos de engenharias durante a pandemia de Covid-19. **Revista de Ensino de Engenharia**, v. 41, 2022.



- CHANDRUPATLA, T. R., BELEGUNDU, A. D. **Elementos Finitos**. São Paulo: Person, 4 ed., 2014. ISBN: 9788543005935.
- DE ALMEIDA, T. B., VERDÉRIO JÚNIOR, S. A. Análise teórico experimental dos resultados obtidos no ensaio de flexão em três pontos para o aço SAE 1045 temperado com e sem revenimento. **Anais... II Encontro de Iniciação Científica e Tecnológica – EnICT**, Araraquara, Outubro de 2017.
- DE SOUZA CANDIDO, A. et al. Aprendizagem baseada em problemas: relato da aplicação entre alunos ingressantes de engenharia durante o ensino remoto com a participação do setor produtivo. **Revista de Ensino de Engenharia**, v.41, 2022.
- DUARTE, R. N. **Simulação Computacional: análise de uma célula de manufatura em lotes do setor de autopeças**. Dissertação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Itajubá, MG, 2003.
- FRANCELINO, M. J. M.; SALGADO, T. D. M. Diretrizes curriculares nacionais, projeto pedagógico e metodologia PBL: uma análise de suas conexões no ensino de engenharia. **Revista de Ensino de Engenharia**, v. 41, 2022.
- GARCIA, A. **Ensaio dos Materiais**. Rio de Janeiro: LTC, 1. ed., 2000.
- HIBBELER, R. C. **Resistência dos Materiais**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 7 ed., 2010.
- IDEHARA, S. J.; DE LIMA, V. A. A.; RABELO, M. A. Aplicação de PBL em conjunto com metodologia de projeto no curso da engenharia automotiva. **Revista de Ensino de Engenharia**, v. 41, 2022.
- MANRIQUE, M. A. A. A.; PÓVOA, J. M. O Papel das Ferramentas Computacionais Avançadas no Ensino da Engenharia. **Revista de Ensino de Engenharia**, v. 39, 2020.
- MELCONIAN, M. V. **Modelagem Numérica e Computacional com Similitude e Elementos Finitos: Desenvolvimento de Equação Preditiva para o Cálculo da Força de Retenção em Freios de Estampagem**. São Paulo: Edgar Blücher, 1 ed., 2014.
- NORTON, R. L. **Projeto de Máquinas: uma abordagem na integrada**. Porto Alegre: Bookman, 4 ed., 2013.
- OLIVEIRA, C. J. et al. Structural Topology Optimization as a Teaching Tool in the Architecture. **Revista de Ensino de Engenharia**, v. 37, n. 3, 2018.
- OWEN, S. J. A survey of unstructured mesh generation technology. **Proc... 7th Internat. Meshing Roundtable**, Dearborn, MI, USA, 1998.
- ROSSETTO, D. R. **Avaliação da integridade estrutural de projetos de válvulas do tipo esfera trunnion e/ou gaveta utilizadas nas instalações de petróleo**. Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, 2016.
- SHIGLEY, J. E. **Elementos de Máquinas**. Rio de Janeiro: LTC, v. 1, 3 ed., 1984.
- SPERANDIO, D. C. et al. Os desafios do ensino remoto e o perfil do futuro docente em formação. **Revista de Ensino de Engenharia**, v. 41, 2022.
- YOUNIS, W. **Up and Running with Autodesk Inventor Simulation 2011: A Step-By-Step Guide to Engineering**. Elsevier, 2 ed., 2010.



ZIENKIEWICZ, O. C., TAYLOR, R. L., ZHU, J. Z. **The finite element method: its basis and fundamentals.**
Oxford, Butterworth-Heinemann, 7 ed., 2013.